文章编号：1000-4750(2007)11-0019-06

面外约束对韧性材料的断裂韧度的影响

王兆希，*施惠基

(清华大学工程力学系，北京 100084)

摘　要：与脆性断裂的断裂韧度随厚度的增加而逐渐趋近于一个常数的变化趋势不同，韧性较好材料的弹塑性断裂韧度的特征为：在一定范围内随着厚度的增加，弹塑性断裂韧度逐渐增加。主要研究在保持试件的面内约束(a/w)保持不变的条件下，面外约束(厚度的变化)对同种材料的试件的断裂韧度的影响。首先采用韧性较好的材料进行断裂韧性实验，通过实验得到结果：试件的弹塑性断裂韧度 J 积分及临界裂纹尖端张开位移 CTOD 随着试件厚度的增加而线性增加。然后从能量平衡的角度出发，考虑在裂纹扩展过程中的所有的宏观能量耗散机制，根据通过实验验证的假设，化简后，得到最终的结果：一定程度上表征能量耗散的断裂韧度随着厚度的增加而增加，与实验结果吻合得较好。

关键词：断裂韧性；面外约束；厚度效应；J 积分；弹塑性断裂；能量耗散

中图分类号：O346.1^{+}2　　**文献标识码**：A

EFFECT OF OUT-OF-PLANE CONSTRAINT ON DUCTILE FRACTURE TOUGHNESS

WANG Zhao-xi , *SHI Hui-ji

(Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: Instead of the reducing tendency of the brittle fracture toughness with the increment of the thickness of the specimens, the elastic-plastic fracture toughness of the ductile material increases with the thickness of the specimens. In this paper, the effect of out-of-plane constraint to the fracture toughness of specimens is studied, which is defined as the different thickness of the specimens w varying with crack length a, while keeping the a/w as a constant. Experiments of ductile material fracture tests are carried out with the results: the elastic-plastic fracture toughness, J integral increases linearly with the thickness of the specimens. Theoretically, the energy release system is discussed according to the energy balance equations. With the energy release system, final results show that the fracture toughness J integral increases linearly with the thickness of the specimens, which are quite consistent with the experimental results.

Key words: fracture toughness; out of plane constraint; thickness effect; J integral; elastic-plastic fracture; fracture energy

裂纹体的分析方法有两种：能量方法，又叫整体分析方法(global fracture method)，考虑裂纹扩展过程中能量的变化，建立能量平衡方程，从而获得断裂的条件；应力强度分析方法，又叫局部分析方法(local fracture method)，考虑裂纹顶端附近的应力场强度，然后得到断裂的条件。应力强度分析方法

收稿日期：2006-04-21；修改日期：2006-10-19

基金项目：国家自然科学基金资助项目(10472049)；清华-砝马通联合基金(N10)；国家重点基础研究发展计划项目(2006CB605003)资助

作者简介：王兆希(1980)，男，青岛市人，博士生，从事断裂力学研究(E-mail: wangzx03@mails.tsinghua.edu.cn)；

*施惠基(1950)，男，浙江人，教授，博士，博导，从事复杂环境下材料性能、高温疲劳和蠕变、损伤力学、接触力学研究(E-mail: shihj@ mail.tsinghua.edu.cn).

经常使用的参量如断裂韧性 K，主要用于分析线弹性断裂力学的脆性断裂的情况。能量方法主要用于塑性断裂或者弹塑性断裂，经常使用的参量包括：J 积分、裂纹尖端张开位移 CTOD 等。

对于材料断裂韧性的研究已经有很多成果[1,2]，试件的断裂强度在很多情况下不是材料的特性常数[3,4]，例如按照 ASTM 和 GB，测得的表观韧度 K_Q 不满足有效性准则时，往往跟试件的约束条件相关：面内约束(in-plane constraint)主要研究试样缺口长度与试样的宽度之比(a/w)对试样的断裂韧性的影响[5]；面外约束(out-of plane constraint)主要研究在相同的 a/w 值之下，试样的厚度对试样的断裂韧性的影响。

对于韧性较好的材料，根据 GB4161-84 的要求，测得平面应变断裂韧性可能需要非常大的试件，往往由于制备试件的困难和试验装置加载能力的限制，不能完成这一材料性能的测试；并且在实际工程应用过程中，不同厚度的结构都被使用到，并且随着强度较高韧性较好的材料的发展，较薄结构的使用会越来越广泛。而根据平面应变断裂韧性来考虑结构的寿命经常与实际情况相差较大，出现结构提前退役或者预测期内失效的情况。因此研究断裂韧性与材料的厚度之间的关系，特别是利用比较小的试件在实验室进行试验得出的试验结果来预计不同尺寸构件的断裂行为成为一个重要的内容。

Irwin 提出 leak-before-break 的模型中首先提出了韧性较好的材料发生泄漏时的断裂韧性 K 与试样的厚度的平方根成正比关系[6]。后来的许多学者[2,7,8]也在实验中发现在一定范围内随着试样厚度的增加，断裂强度 J 线性增加。本文主要从能量角度出发，研究断裂强度 J 积分与试样厚度之间的关系，并与实验结果进行对比校核。

1 实验结果

标号为 20g 的钢属于铁素体低碳钢，主要应用于锅炉、输油管道、压力容器等结构，属于塑性较好的中等强度钢。其主要的化学成分质量百分含量如表 1 所示，基本的力学性能如表 2 所示。

表 1 20g 铁素体钢化学成分质量百分含量 wt%

Table 1 Chemical composition of the ferric steel

材料	C	Si	Mn	P	S	Cr	Al
20g	0. 123	0.3380	0.5859	0	0.0287	0.0427	0.4389

表 2 20g 铁素体钢的基本的力学性能

Table 2 Mechanical properties of 20g ferric steel

温度 T	弹性模量 E	泊松比 ν	屈服强度 σ_s	极限强度 σ_u	延伸率 ξ	截面收缩率 Φ
273 K	206.94 GPa	0.27	321.77 MPa	460.0 MPa	22.64%	55.93%

实验使用的材料的微观结构图如图 1 所示，以铁素体为主，夹有部分的珠光体；测量试件的断裂韧性时参照了《金属材料平面应变断裂韧性 K_{IC} 试验方法》(GB4161-84)[9]、《金属材料延性断裂韧度 J_{IC} 试验方法》(GB2038-91)[10]和《金属材料裂纹尖端张开位移试验方法》(GB/T 2358-94)[11]，三点弯曲(SENB)试件的几何结构，如图 2 所示。

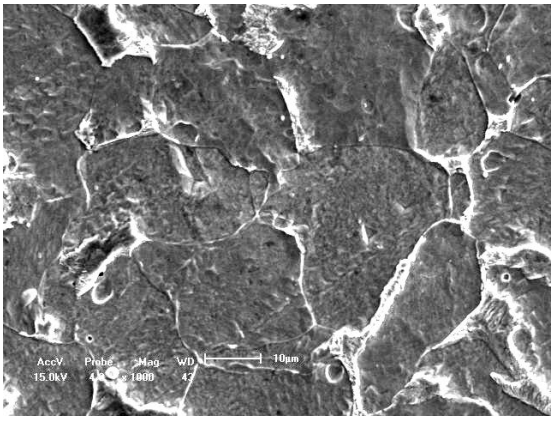
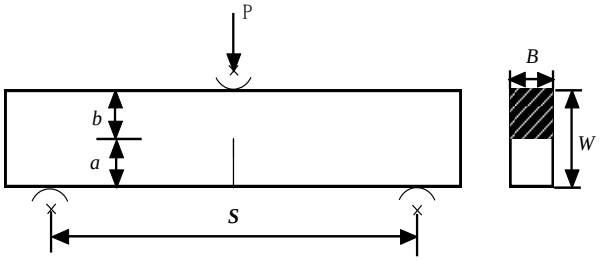


图 1 20g 的微观结构图(×1000)

Fig.1 Microstructure of the ferric steel from SEM



$S = 4W$ $W=2B$ $a = 0.45W$~$0.65W$

图 2 三点弯曲试样示意图

Fig.2 Geometry of tested specimen

实验的测量参照《金属材料延性断韧度 J_{IC} 试验方法》(GB2038-91)，弹塑性断裂条件下的断裂强度的计算根据实验中得到的载荷-加载点位移-缺口张开位移进行计算：

$$J_C=\frac{(K_e)^2}{E}+\frac{\eta U_P}{B\cdot b} \tag{1}$$

$$K_e=\frac{P\cdot S}{B\cdot W^{3/2}}\cdot f(a/w) \tag{2}$$

$$f(a/w)=\frac{3\cdot(a/w)^{1/2}}{2[1+2(a/w)]}\cdot \frac{1.99-(a/w)(1-a/w)[2.15-3.93(a/w)+2.7(a/w)^2]}{(1-a/w)^{3/2}} \tag{3}$$

计算得到的临界 J 积分和 CTOD 的数值与厚度的关系分别如图 3 和图 4 所示。在实验过程中，对相同材料的不同尺寸的试件的断裂韧性进行研究，发现对于厚度小于 GB4161-84 要求的平面应变标准厚度时，呈现一定的厚度相关性。对于临界 J 积分的结果，最小二乘法的拟合方程为：$Y=17.76x+86.56$。从图 3 和图 4 可以看出，J 积分、CTOD 两者均随着厚度的增加而增加，并且基本显示线性关系，其中，对与大多数材料，J 积分与 CTOD 有正比关系：

$$J_C=\alpha\cdot\sigma_s\cdot \mathrm{CTOD} \tag{4}$$

不同的材料，常数 α 不同，σ_s 为材料的屈服极限。

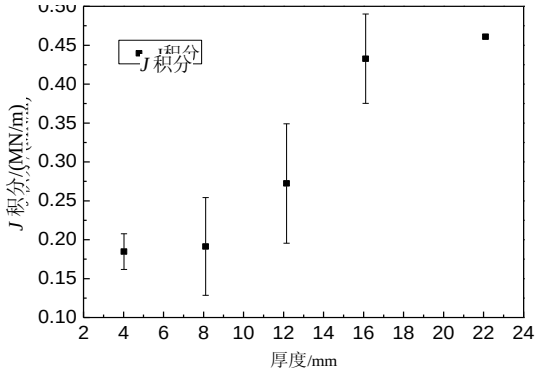


图 3　临界 J 积分与厚度的关系

Fig.3　J at 0.95P_{max} vs thickness

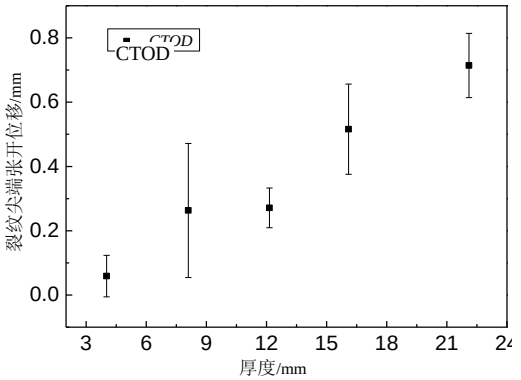


图 4　临界 CTOD 与厚度的关系

Fig.4　CTOD at 0.95P_{max} vs thickness

2　有限元模拟计算

模拟计算采用三维实体单元，根据对称性取 1/4 结构进行计算，单元划分如图 5 所示。由于二维模型不能很好的拟和厚度方向的应力-应变状态，也就不能很好的模拟厚度对临界断裂韧性的影响，如图 6 所示，所以计算采用了三维实体模型进行计算。

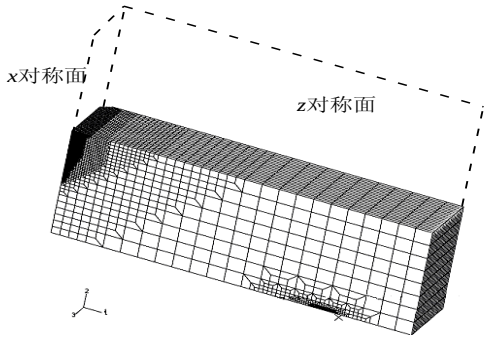


图 5　有限元计算中的试样的单元划分

Fig.5　Typical mesh of specimen in FEA calculations

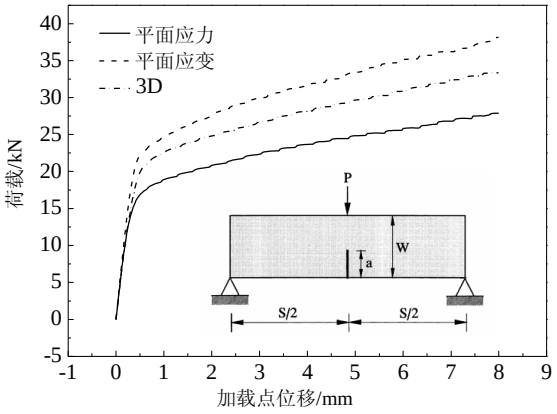


图 6　二维和三维的载荷位移曲线对比

Fig.6　Load-load line displacement for different states

三维模型计算时，裂纹尖端厚度方向的不同位置处应力状态不同导致 J 积分值不同，以尺寸 1(厚度 21mm)为例，在不同的载荷水平下，J 积分值沿着厚度方向的分布如图 7 所示(其中原点为试件厚度方向的中间对称面)，随着载荷的增加，厚度中面和试件表面的 J 积分值相差幅度增加。而实验能测定的 J 积分值为厚度方向的平均值，所以模拟计算时也采用 J 积分值的厚度方向的平均值作为衡量断裂韧性的指标。

不同厚度的试件在加载过程中的 J 积分值的变化趋势如图 8 所示。随着载荷的增加，当裂纹尖端屈服以后，由于材料的硬化及塑性应变的不断增加，J 积分值增加。在相应的临界载荷下，不同尺寸的 J 积分值的变化趋势比较明显，试样厚度的增

加，导致 J 积分值的增加，这与实验结果一致。

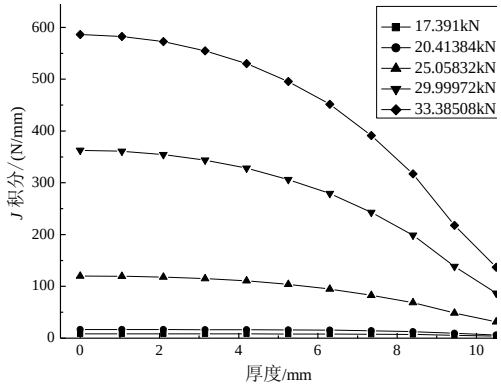


图 7 不同载荷条件下 J 积分在厚度方向的分布

Fig.7 Variations of J integral at different load level

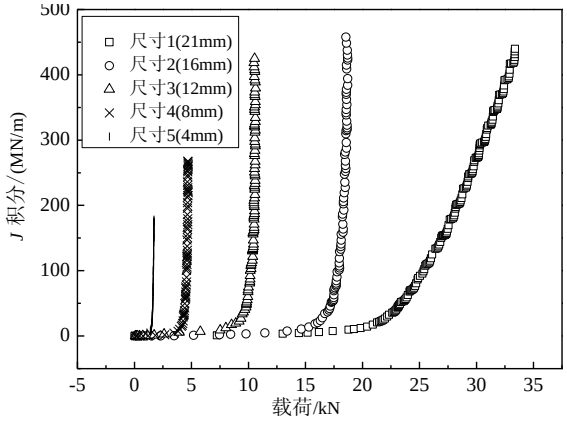


图 8 不同厚度的试件在加载时 J 积分的变化趋势

Fig.8 J integral at the same load level for different thickness

3 理论分析

对于韧性材料的弹塑性断裂强度 J 与试件的厚度成正比的关系，虽然在实验中很多学者早已发现这一规律[12~17]，但是对于其物理机制研究的还不是很清楚。Irwin 提出 leak-before-break 的模型[6]提出了弹塑性断裂韧性 K 与厚度 B 的数学关系：

$$K_C = \beta \cdot \sigma_s \cdot \sqrt{B} \tag{5}$$

Lei Y 等[8]从 Weibull 应力角度出发，对实验的结果进行分析，也得到了断裂韧性 J 与特征长度(厚度)L 成正比的关系。Bluhm[18]提出在厚度小于平面应变断裂韧度厚度条件下，断裂韧度的经验公式：

$$\mathrm{d}W = \frac{1}{2}\theta B^2 \mathrm{d}a, \quad B < B_0 \tag{6}$$

杨继运[19]等采用 Griffith 表面能和 Barenblatt 聚合力模型，也得到在临界厚度之前，断裂韧性 K 与试样厚度的平方根成正比。

本文从能量角度出发，对断裂韧性进行分析。根据热力学第一定律，任何体系的内部能量 U 的变化，为外界对体系所做的功 W，与外界加入体系的热量 Q 的总和，即：$VU = W + Q$。考察一个裂纹扩展过程中，当裂纹总长度为 δa 时整体结构上的能量平衡(对线弹性的脆性断裂和弹塑性的韧性断裂)可以写作：

$$W(\delta a) = U(\delta a) + \boldsymbol{\Gamma}(\delta a) + (U^T(\delta a) + Q(\delta a)) \tag{7}$$

其中 $W(\delta a)$ 为外界对系统所做的总功。$U(\delta a)$ 为系统应变能的增加，包括弹性应变能和塑性应变能：

$$U(\delta a) = U^e(\delta a) + U^p(\delta a) \tag{8}$$

$\Gamma(\delta a)$ 为系统新增的表面能，如图 9 所示，由聚合力模型得到：$\Gamma = \lim\limits_{\delta \to 0} \dfrac{2}{\delta} \int_0^{\delta} \dfrac{\sigma_f v}{2} \mathrm{d}x = \sigma_f \delta_0$，其中 δ_0 为临界裂纹尖端张开位移。$U^T(\delta a) + Q(\delta a)$ 为系统产生的热量，包括系统内部热能的增加和与外界的热交换。

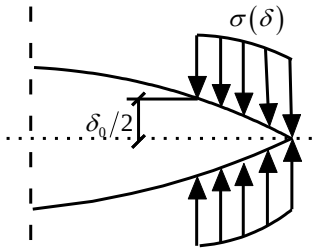


图 9 裂纹尖端应力分布与张开位移

Fig.9 Stress and COD distribution along crack tip

将能量的实际划分根据不同的位置吸收的能量不同来考虑，如图 10 所示：

$$W(\delta a) = U_f(\delta a) + U_T(\delta a) + U_D(\delta a) \tag{9}$$

$U_f(\delta a)$ 为平坦区域断裂吸收的能量，$U_T(\delta a)$ 为形成剪切唇部分断裂所吸收的能量，$U_D(\delta a)$ 为纵向的分层裂纹部分所吸收的能量[20]，其中每一部分按照能量释放的形式不同，又都可以分为弹性应变能、塑性应变能、表面能和热量交换几个部分。

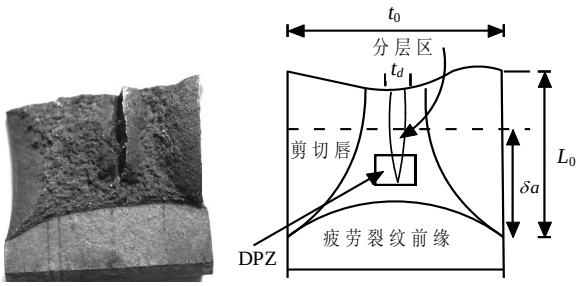


图 10 带剪切唇及分层现象的宏观断裂表面

Fig.10 Typical fracture surface of broken samples

设试样剩余韧带长度为 L_0，厚度为 t_0，对于线弹性断裂情况，则有，

$$\frac{1}{L_0 t_0}(W(\delta a)-U^e(\delta a))=\frac{\Gamma(\delta a)}{L_0 t_0}$$

为能量释放率或裂纹驱动力，对于弹塑性断裂情况，裂纹扩展的能量以塑性应变能为主，$J=\frac{1}{L_0 t_0}(U^p(\delta a)+\Gamma(\delta a))$。对于裂纹尖端，平面应变条件下，屈服面的形状近似为圆，其极半径为：

$$r_p=\frac{K^2}{2\pi\sigma_{ys}^2}\left[\cos\frac{\theta}{2}\left(1-2\nu+\sin\frac{\theta}{2}\right)\right]^2 \quad (10)$$

而对于三维实体，外表面接近平面应力状态下的屈服半径，厚度的中间接近为平面应变状态下的屈服半径，屈服面的形状如图 11 所示。

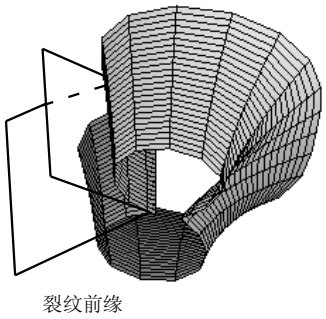


图 11　裂纹尖端三维塑性屈服面的形状

Fig.11　Shape of yield surface ahead of the crack tip

在评价断裂过程中的临界载荷 $0.95P_{\max}$ 处，剩余韧带的状态为全面屈服，其屈服半径接近 L_0。平坦断裂区域的厚度为 αt_0 时，其塑性应变能为 $U_f=\alpha w_f L_0^2 t_0$。假设剪切唇的厚度为 βt_0 时，根据裂纹尖端塑性变形区域的面积与 L_0 的平方成正比，剪切唇表面与裂纹扩展面成 45^o 角，其影响区域体积可以写作 $\beta L_0 t_0^2$，裂纹扩展过程中吸收的能量可以表示为 $U_T=\beta w_T L_0 t_0^2$[8]。对于剪切唇的相对厚度 $\beta=t_t/t_0$，根据实验结果在相同的温度下基本保持为常数，约为 23%，与试件的厚度无关。不同尺寸的剪切唇相对厚度结果如图 12 所示。

断裂分层区域的影响厚度为 γt_0 时，分层所释放的能量，按照裂纹形成和扩展仍然可以分成三部分，塑性应变能的耗散和表面能(聚合面的断裂分开)以及剪切唇颈缩需要的能量。断裂分层区域的总能量表示为 $U_D=\gamma w_D L_0 t_0^2$，根据实验结果，γ 也基本保持为常数，约在 20%左右。

考虑各部分的相对体积，当裂纹总长度为 δa 时，将总能量平衡的表达式用能量密度(塑性应变能密度)表示：

$$W_t=U^e+\alpha w_f L_0^2 t_0+\beta w_T L_0 t_0^2+\gamma w_D L_0 t_0^2+L_0 t_0\Gamma \quad (11)$$

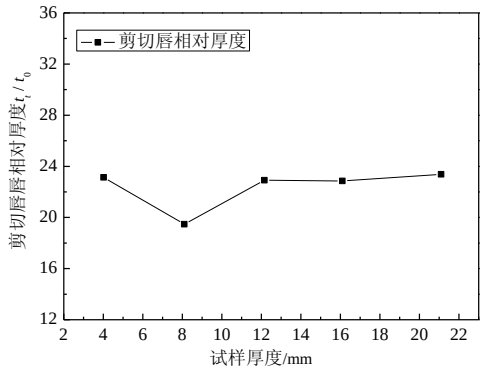


图 12　剪切唇相对厚度实验结果

Fig.12　Experimental results of relative thickness of the shear slip

对于 J 积分的实验测量值，根据 ASTM1820-05[21]和 ASTM1921-05[22]，SENB 试件的尺寸满足 $L_0=(0.5\sim0.55)t_0$，所以有：

$$J_P=\frac{2W_t}{L_0 t_0}=(\alpha w_f+2\beta w_T+2\gamma w_D)t_0+2\Gamma \quad (12)$$

内部分层导致的裂纹按照裂纹扩展的规律，仍然可以分为剪切唇断裂部分和平断部分，则：

$$J_P=\frac{2W_t}{L_0 t_0}=(\alpha(1+2\gamma)w_f+2\beta(1+2\gamma)w_T)t_0+2\Gamma \quad (13)$$

从最终简化得到结果(13)中可以看到，弹塑性断裂过程中的临界断裂韧度 J 积分与厚度在一定范围内满足线性关系，这与上述的实验结果基本一致，也说明了从能量角度出发得到的断裂韧度的定性度量在一定范围内是可行的。

塑性剪切变形能量密度 $w_T=\int_{\bar\tau_s}^{\bar\tau_{\max}}\bar\tau\,\mathrm{d}\bar\gamma$，试件中间部分塑性变形能量密度 $w_f=\int_{\bar\sigma_s}^{\bar\sigma_{\max}}\bar\sigma\,\mathrm{d}\bar\varepsilon$，$\bar\tau_s$，$\bar\sigma_s$ 为屈服开始时的剪应力和正应力，为材料常数。根据材料的弹塑性本构关系，可以得到能量密度 w_T w_f 是关于临界最大等效应力的函数，即 $w_T=f(\bar\tau_{\max})$，$w_f=g(\bar\sigma_{\max})$。取试样达到 $0.95P_{\max}$ 时的结果为结构承受能力的临界结果，各个尺寸的塑性应变能，根据有限元的模拟结果，在误差允许的范围内几乎保持不变，取得平均值为 28.4524 MPa，如图 13 所示，这与临界 J 积分拟和结果的斜率为 17.76 MPa 基本相符。

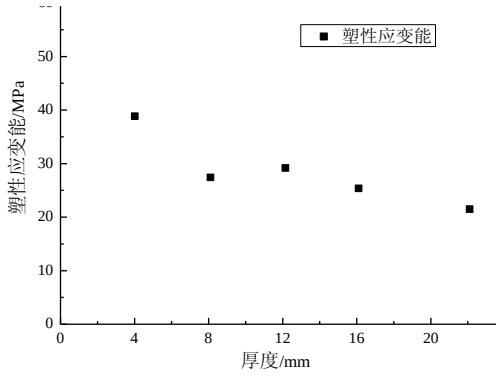


图 13 不同厚度试样的临界塑性应变能

Fig.13 Plastic strain energy for different thickness specimens

4 结论

本文主要针对面外约束对断裂韧性的影响，从实验方面和能量平衡的理论推导方面进行分析。

在不考虑面内约束，即保持 a/w 不变的条件下，仅仅考虑面外约束(厚度的变化)，在实验上，我们得到结果，弹塑性断裂条件下，临界断裂韧度 J 积分和裂纹尖端张开位移与试样的厚度成正比关系。这在以往的文献中也有类似的结果，特别是对于韧性较好的材料，比如用于压力容器材料的铁素体中低碳钢。在理论分析上，从能量平衡的角度考虑到断裂韧度 J 积分在一定程度上也是能量的度量方式，计算在裂纹扩展过程中能量的耗散机制，得到断裂韧度在一定范围内与试样厚度 t 基本满足线性关系，得到与实验结果一致的结论。

参考文献：

[1] Broek D. Elementary engineering fracture mechanics [M]. The Hague: Martinus Nijhoff Publishers, 1986.

[2] Weiss V, Yukawa S. Critical appraisal of fracture mechanics. Fracture toughness testing and its application [J]. STP 381, ASTM, 1965, 46: 1~22.

[3] Rivalin F, Besson J, Pineau A, Di Fant M. Ductile tearing of pipeline-steel wide plates II: modeling of in-plane crack propagation [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2001, 68(3): 347~364.

[4] Tregoning R L, Joyce J A. Application of a T-stress based constraint correction to A533B steel fracture toughness data [M]. Reuter W G, Piascik R S eds. ASTM STP 1417, West Conshohocken, PA: American Society for Testing and Materials; Fatigue and Fracture Mechanics, 2002, 33: 309~340.

[5] John M B, Stanley T R. Fracture and fatigue control in structures: application of fracture mechanics [M]. ASTM stock number: MNL.41, 1977, 23.

[6] Irwin G R. Relation of crack-toughness measurements to practical application [J]. ASME Paper No. 62-MET-15, presented at Metals Engineering Conference, Cleveland, April 9~13, 1962, 62(15): 1~13.

[7] Pardoen T, Hachez F, Marchioni B, Blyth P H, Atkins A G. Mode I fracture of sheet metal [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2004, 52(22): 423~452.

[8] Lei Y, O'Dowd N P, Busso E P, Webster G A. Weibull stress solutions for 2-D cracks in elastic and elastic-plastic materials [J]. International Journal of Fracture, 1998, 89(3): 245~268.

[9] 国家技术监督局. GB4161-84, 金属材料平面应变断裂韧性 K_{IC} 试验方法[S]. 北京: 中国标准出版社, 1984.
National technology supervision bureau. GB4161-84, Standard test method for plane-strain fracture toughness of metallic materials [S]. Beijing: Chinese Industrial Standards Press, 1984. (in Chinese)

[10] 国家技术监督局. GB2038-91, 金属材料延性断韧度 J_{IC} 试验方法[S]. 北京: 中国标准出版社, 1991.
National technology supervision bureau. GB2038-91, Standard test method for ductile fracture toughness of metallic materials [S]. Beijing: Chinese Industrial Standards Press, 1991. (in Chinese)

[11] 国家技术监督局. GB/T 2358-94, 金属材料裂纹尖端张开位移试验方法[S]. 北京: 中国标准出版社, 1994.
National technology supervision bureau. GB/T 2358-94, Standard test method for crack-tip opening displacement (CTOD) fracture toughness measurement [S]. Beijing: Chinese Industrial Standards Press, 1994. (in Chinese)

[12] Pandey A B, Majumdar B S, Miracle D B. Effect of thickness and precracking on the fracture toughness of particle-reinforced Al-alloy composites [J]. Metallurgical and Materials Transactions, 1998, 29A(4): 1237~1243.

[13] Geary W. The influence of size effects and dynamic loading on the fracture toughness of commercial GRP materials [J]. Composites Science and Technology, 2000, 60(44): 633~638.

[14] Robert Moskovic. Modeling of fracture toughness data in the ductile to brittle transition temperature region by statistical analysis [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2002, 69(4): 511~530.

[15] Hu Xiaozhi. Influence of fracture process zone height on fracture energy of concrete [J]. Cement and Concrete Research, 2004, 34(8): 1321~1330.

[16] Dmkulkarni. The effect of specimen thickness on the experimental and finite element characterization of CTOD in extra deep drawn steel sheets [J]. Sadhana, 2004, 29(4): 365~380.

[17] Kang Y L. Experimental investigations of the effect of thickness on fracture toughness of metallic foils [J]. Material Science and Engineer, 2005, 394(A): 312~139.

[18] Bluhm J I. A model for the effect of thickness on fracture toughness [J]. American Society for Testing and Materials Proc.61, 1961, 61(1): 1324~1331.

[19] 杨继运, 张行. 材料断裂韧度与试样厚度关系研究[J]. 机械强度, 2003, 25(1): 76~80.
Yang Jiyun, Zhang Xing. Research on the relation between fracture toughness and sample thickness [J]. Journal of Mechanical Strength, 2003, 25(1): 76~80. (in Chinese)

[20] Guo W, Dong H, Lu M, Zhao X. The coupled effects of thickness and delaminations on cracking resistance of X70 pipeline steel [J]. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 2002, 79(6): 403~412.

[21] ASTM E1820-05(2005). Standard test method for measurement of fracture toughness [S]. West Coushohocken, United States: ASTM International, 2005.

[22] ASTM E1921-05(2005). Standard test method for determination of reference temperature, T0, for ferric steels in the transition range [S]. West Coushohocken, United States: ASTM International, 2005.